



1. Progresiones

1. El término que sigue en la sucesión $1, 3, 5, 7, \dots$ es
a) 5 b) 7 c) 9 d) 10
2. El término que sigue en la sucesión $8, 6, 9/2, 27/8, \dots$ es
a) 3 c) $28/9$
b) $15/2$ d) $81/32$
3. El término faltante en la sucesión $7c, ?, c/7, c/49, \dots$ es
a) $1/7$ c) $1/2$
b) c d) $c/7$
4. El término faltante en la sucesión $6a^3, ?, 3a/2, 3/4, \dots$ es
a) $3a/2$ c) $6a^2$
b) $6a$ d) $3a^2$
5. El término general de la sucesión $1, 2, 3, \dots$ es
a) 4 c) $2n$
b) $3n$ d) n
6. El término general de la sucesión $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$ es
a) 2^n c) $\frac{1}{2^n}$
b) $(-1)^{2n}$ d) n^2
7. El término general de la sucesión $-1, 2, -3, \dots$ es
a) $(-1)^n$ c) $(-1)^n n$
b) n d) $(2n-1)n$
8. Los primeros términos de la sucesión $a_n = \frac{n}{n+2}$ son
a) $1, 2, 3, \dots$ c) $\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \dots$
b) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$ d) $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1, \dots$
9. Los primeros términos de la sucesión $x_n = \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)$ son
a) $\pi, 2\pi, 3\pi, \dots$ c) $5, 0, 5, 0 \dots$
b) $\frac{1}{\pi}, \frac{2}{\pi}, \frac{3}{\pi}, \dots$ d) $1, 0, -1, 0 \dots$
10. Al desarrollar $\sum_{i=0}^2 \frac{i}{i+1}$ se obtiene
a) 0 c) $14/12$
b) $13/18$ d) $1/2$
11. Al desarrollar $\sum_{j=0}^3 (j^2 + 1)^j$ se obtiene
a) 1028 c) 125
b) 1027 d) 25
12. El término general de la sucesión $\frac{1}{3}, \frac{4}{5}, \frac{9}{7}, \frac{16}{9}, \dots$ es
a) $\frac{n^2}{2n+1}$ c) $\frac{n^2}{n+1}$
b) $\frac{n}{2n+1}$ d) $\frac{n^2}{n}$

13. El término general de la sucesión $\frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{8}{9}, \dots$ es

a) $\frac{n}{2n-1}$ c) $\frac{2^n}{3n}$
 b) $\frac{n^2}{3n}$ d) $\frac{n^2}{2n}$

14. A medida que n se “hace muy grande”, el término n -ésimo de la sucesión $a_n = \frac{1}{n}$ se aproxima a

a) $1/2$ c) 0
 b) ∞ d) 1

15. A medida que n se “hace muy grande”, el término n -ésimo de la sucesión $x_n = (-1)^n$ se aproxima a

a) 0
 b) -1
 c) 1
 d) No se aproxima a nada.

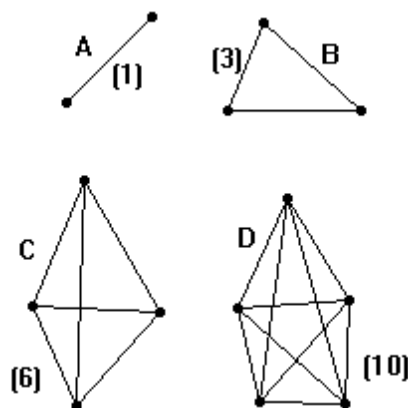
16. A medida que n se “hace muy grande”, el término n -ésimo de la sucesión $b_n = (2/3)^n$ se aproxima a

a) 0 c) 1
 b) -1 d) ∞

17. A medida que n se “hace muy grande”, el término n -ésimo de la sucesión $c_n = (3/2)^n$ se aproxima a

a) 0 c) 1
 b) -1 d) ∞

pueden trazarse con 2, 3, 4 y 5 puntos respectivamente, de manera tal que en ninguna de ellas queden 3 puntos alineados.



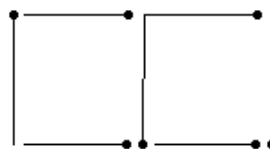
18. El número de líneas que pueden trazarse de esta manera con 8 puntos es

a) 14 b) 20 c) 25 d) 28

19. Una expresión para calcular el número de líneas que pueden trazarse de esta manera con n puntos es

a) $\frac{n(2n-1)}{2}$ c) $\frac{2n+1}{2}$
 b) $\frac{n(n-1)}{2}$ d) $\frac{n(n-2)}{2}$

[Problemas (20)-(22)] La figura ilustra cómo podemos utilizar fósforos para construir cuadrados: utilizamos 7 fósforos para construir 2 cuadrados, 10 para construir 3 cuadrados, etc.



20. El número de fósforos necesarios para construir 20 cuadrados es

a) 60 b) 61 c) 70 d) 79

[Problemas (18)-(19)] Las figuras A, B, C y D se muestran el número de líneas que

21. El número de cuadrados que es posible construir con 28 fósforos es

a) 8 b) 9 c) 10 d) 11

22. Una expresión que permite determinar el número de fósforos necesarios para construir n cuadrados es

a) $\frac{n(n+1)}{2}$ c) $3n + 1$
b) $2n(n - 1)$ d) $\frac{3n+1}{2}$

23. El número de campanadas da un reloj en 24 horas, si no suena más que a la hora exacta es

a) 156 c) 275
b) 126 d) 128

24. Una deuda puede ser pagada en 32 semanas pagando 5 dólares la primera semana, 8 dólares la segunda semana, 11 dólares la tercera semana y así sucesivamente. El costo de la deuda es

a) 1250 c) 15800
b) 1648 d) 12300

25. Un obrero arregla un muro con 5 ladrillos, cobrando un dólar por el primero, 2 dólares por el segundo, 4 dólares por el tercero y así sucesivamente. Los honorarios del obrero en dólares son

a) 8 b) 16 c) 25 d) 31

26. Para perforar un pozo de 7 metros de profundidad, se pide 1 dólar por el primer metro, 2 dólares por el segundo, 4 dólares por el tercero y así sucesivamente. El costo de la perforación total en dólares es

a) 529 c) 127
b) 281 d) 54

[Problema (27)] A continuación se ilustran las primeras cuatro figuras de una secuencia de figuras formadas por puntos.



27. El número de puntos que conforman la figura 6 de la secuencia es

a) 40 b) 48 c) 51 d) 55

28. Carlos se ha ganado una rifa. El premio será darle durante 8 días cierta cantidad de dinero, así cada día se le dará el triple del día anterior. Si el primer día recibe 9 pesos, la cantidad total que recibirá es:

a) $9 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$
b) $3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5 + 3^6 + 3^7 + 3^8$
c) 3^8
d) $3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5 + 3^6 + 3^7 + 3^8 + 3^9$

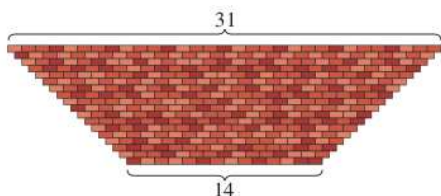
29. El dígito de las unidades de la suma de los primeros 30 elementos de la sucesión 1, 11, 111, 1111, ... es:

a) $9 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$
b) $3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5 + 3^6 + 3^7 + 3^8$
c) 3^8
d) $3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5 + 3^6 + 3^7 + 3^8 + 3^9$

30. Los números $AB4$, $B03$, $B3C$, $BA1$ están ordenados en una secuencia ascendente, de modo que la diferencia entre 2 números consecutivos es constante. Entonces los valores de A , B y C son respectivamente:

a) 6, 7, 2 c) 7, 6, 1
b) 8, 7, 2 d) 5, 6, 1

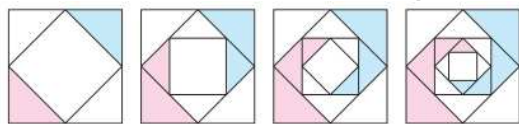
[Problema (31)] Una pared en forma de trapecio está formada por 18 filas (arreglos horizontales) ladrillos como indica la figura. La fila inferior consta de 14 ladrillos y la fila superior de 31.



31. El número de ladrillos que conforman la pared es

a) 162 c) 434
b) 405 d) 810

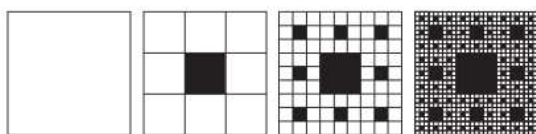
32. Un primer cuadrado tiene lado 16 cm. A partir de éste se forma un segundo cuadrado conectando los puntos medios de los lados del cuadrado inicial y dos de los triángulos resultantes se somborean como lo indica la figura.



Si este procedimiento se repite 5 veces, el área total de la región sombreada es:

a) 102 cm² c) 136 cm²
b) 126 cm² d) 210 cm²

33. Los lados de un cuadrado miden 27 cm. Este cuadrado se subdivide en 9 cuadrados iguales más pequeños y el cuadrado del centro se pinta de negro como lo indica la figura.



Si este procedimiento se repite 3 veces, ¿el área total de la región en negro es?

2. Inducción matemática

[Problemas (34)-(47)] Utilice el principio de inducción matemática para demostrar que los siguientes enunciados son verdaderos para todo entero positivo n .

34. $2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n + 1)$

35. $3 + 4 + 5 + \dots + (n + 2) = \frac{n(n+5)}{2}$

36. $2 + 5 + 8 + \dots + (3n - 1) = \frac{n(3n+1)}{2}$

37. $1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{n-1} = 2^n - 1$

38. $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

39. $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)} = \frac{n}{n+1}$

40. $1 \cdot 2 + 3 \cdot 4 + \dots + n \cdot (n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$

41. $1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{n-1} = \frac{3^n - 1}{2}$

42. $2^n \leq (n + 1)!$

43. Si $r \in \mathbb{R}$, $r \neq 1$, entonces

$$1 + r + r^2 + \dots + r^n = \frac{1 - r^{n+1}}{1 - r}$$

44. Si $x > 1$, entonces $x^n > 1$.

45. $a - b$ es factor de $a^n - b^n$.

46. Para $a > 0$, $(1 + a)^n \geq 1 + na$.

47. $1/\sqrt{1} + 1/\sqrt{2} + \dots + 1/\sqrt{n} > \sqrt{n}$

48. Muestre que el enunciado $2^n > 2n + 1$ es falso para $n = 1, 2$ pero que es verdadero para todo entero $n \geq 3$.

3. Principios de conteo

Calcula las siguientes cantidades sin utilizar calculadora.

49. $\frac{100!}{98!}$

52. $4! \cdot 3! \cdot \binom{6}{4}$

50. $\binom{5}{2} \binom{7}{3}$

53. $\frac{\binom{17}{3}}{\binom{20}{3}}$

51. ${}_8P_5 \cdot \binom{8}{3}$

54. $\frac{P(17, 3)}{P(20, 3)}$

Escribe las siguientes expresiones sin factoriales:

55. $\frac{n!}{(n-2)!}$

56. $\frac{(n+1)!}{(n-1)!}$

[Problemas (57)-(60)] Utiliza el binomio de Newton para expandir:

57. $(4a - b)^3$

59. $\left(\frac{1}{3}x + y^2\right)^5$

58. $(x^2 + 2y)^3$

60. $\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^5$

61. Halla el cuarto término de $(3x^2 - y^3)^{10}$

62. Halla el término de la mitad de $(x^{1/2} - y^{1/2})^8$

[Problemas (63)-(65)] A , B y C son ciudades que están comunicadas de la siguiente manera: para ir desde A hasta C , es necesario pasar por B ; hay tres rutas distintas entre A y B , y cuatro rutas distintas entre B y C .

63. El número de maneras posibles para viajar desde A hasta C es:

- a) 10 b) 7 c) 12 d) 18

64. El número de maneras posibles para hacer un viaje de ida y vuelta desde A hasta C es:

- a) 14 c) 24
b) 144 d) 18

65. El número de maneras posibles para hacer un viaje de ida y vuelta desde A hasta C sin repetir ruta es:

- a) 12 c) 24
b) 144 d) 72

66. En un estudio médico se clasifica a los pacientes en 8 categorías, de acuerdo a si tienen sangre de tipo AB+, AB-, A+, A-, B+, B-, O+, O- y también de acuerdo a su presión arterial (baja, normal o alta). El número de formas en la que un paciente puede ser clasificado en estas categorías es:

- a) 11 c) 120
b) 24 d) 110

67. En su primer semestre de carrera, un estudiante de la Universidad de Antioquia debe tomar un curso de ciencias, uno de humanidades y uno de matemáticas. Si él puede elegir entre 6 cursos de ciencias, 4 de humanidades y 4 de matemáticas, entonces el número de maneras distintas en las que puede elegir las materias del primer semestre es:

- a) 14 b) 24 c) 96 d) 84

68. El número de maneras distintas en las que es posible contestar una prueba de verdadero y falso que consta de 5 preguntas es:

- a) 120 c) 64
b) 25 d) 32

[Problemas 69-70] Una prueba de opción múltiple consta de 5 preguntas, cada una de ellas con 4 posibles respuestas, de las cuales sólo una es la correcta.

69. El número de maneras distintas para que un estudiante asigne una respuesta a cada pregunta es:

a) 1024 c) 64
b) 20 d) 243

70. El número de maneras distintas en que un estudiante puede asignar una respuesta a cada una de las preguntas y tener todas las respuestas incorrectas es:

a) 1024 c) 184
b) 243 d) 118

[Problemas (71)-(74)] Considera los números 1, 2, 3, 4 y 5.

71. La cantidad de números distintos de 3 dígitos que es posible formar es:

a) 125 c) 60
b) 12 d) 72

72. La cantidad de números impares de 3 dígitos distintos que pueden formarse es:

a) 36 c) 10
b) 60 d) 48

73. La cantidad de números pares de 3 dígitos distintos que es posible formar es:

a) 24 c) 9
b) 64 d) 36

74. La cantidad de números distintos de 3 dígitos que empiecen en 1 y terminen en 5 es:

a) 24 c) 12
b) 3 d) 36

75. Jairo empaca su maleta para irse de vacaciones. Él decide llevarse 3 camisetas de manga larga, 4 camisetas de manga corta y 2 pantalones. Si en su armario hay 16 camisetas de manga larga, 20 camisetas de manga corta y 13 pantalones, de cuántas maneras diferentes puede empacar la maleta?

76. El número de formas posibles para asignar 6 maestros a 4 secciones de un curso introductorio de psicología, si a ningún maestro se le puede asignar más de una sección es:

a) 270 c) 256
b) 360 d) 1296

77. El número de señales distintas que puedes hacer con 7 banderas izando 3 cada vez es:

a) 21 c) 64
b) 210 d) 343

78. Con 10 jugadores de microfútbol, el número de equipos de 5 jugadores que podemos formar si el centrodelantero y el portero son siempre los mismos es:

a) 340 c) 184
b) 150 d) 336

79. Con los números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9, la cantidad de números de 4 cifras distintas que podemos formar es:

- a) 6561 c) 3600
b) 3024 d) 1256
80. El número de maneras en las que podemos ubicar 5 libros en un estante es:
- a) 120 c) 140
b) 5040 d) 24
81. El número de formas en que se pueden reordenar las letras de la palabra CAMISA si se quiere que las vocales queden juntas es:
- a) $6!$ c) $4!2!$
b) $\frac{4!3!}{2!}$ d) $4!$
82. Durante un partido entre los equipo A y B, el comentarista acostumbra escribir los resultados de los goles en el orden en que van ocurriendo, como en el cuadro que aparece a continuación:
- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| Gol 1 | Gol 2 | Gol 3 | Gol 4 | Gol 5 |
| X | Y | Y | . | . |
- En cierto partido entre Colombia y Argentina se hicieron 5 goles y Colombia ganó el partido. El número de cuadros diferentes que el comentarista pudo haber anotado es:
- a) 16. c) 24. e) 32.
b) 20. d) 30.
83. La cantidad de números naturales mayores a 7000 que tienen cuatro dígitos, todos diferentes es:
- a) 396 d) 1008
b) 574 e) 2016
c) 1512
84. El número de diagonales que pasan por el centro de un dodecágono regular es:
- a) 24 d) 54
b) 42
c) 48 e) 60
85. Los atletas A, B, C y D compitieron en una prueba. Se sabe que el atleta A no ganó y que no hubo empates. El número de formas en que se pudo dar el orden de llegada es:
- a) 12 d) 20
b) 16
c) 18 e) 24
86. La cantidad de números de cuatro dígitos tales que el producto de sus dígitos sea 21 es:
- a) 6 d) 18
b) 10
c) 12 e) 24
87. Se ordenan en una fila 5 bolas rojas, 2 bolas blancas y 3 bolas azules. Si las bolas de igual color no se distinguen entre sí, ¿de cuántas formas posibles puedes ordenarlos?
- [Problemas (88)-(89)]. María Alejandra tiene en un estante de su casa 4 libros distintos de matemáticas, 6 libros distintos de física y 2 libros de química distintos.
88. El número de formas en los que los puede organizar para que los libros de cada materia queden juntos es:
- a) 120.540 c) 264.320
b) 207.360 d) 362.146

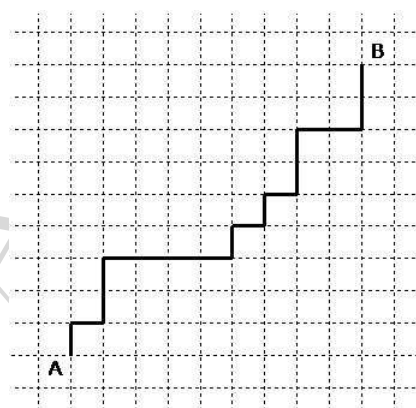
89. Si solamente los libros de matemáticas deben estar juntos, el número de formas en los que los puede organizar es:
- a) $4! \cdot 6! \cdot 2! \cdot 3!$ c) $9! \cdot 4!$
b) $9!$ d) $6! \cdot 3!$
90. De 12 libros, el número de maneras en las que podemos seleccionar 5 libros es
- a) 792 c) 720
b) 60 d) 24
91. De un total de 8 candidatos, el número de ternas que puedes elegir es:
- a) 336 c) 120
b) 56 d) 320
- [Problemas (92)-(95)]. Un colegio participa en 12 partidos de fútbol en una temporada.
92. El número de maneras posibles en las que el equipo puede terminar la temporada con 7 victorias es:
- a) 792 c) 5040
b) 124 d) 64
93. El número de maneras posibles en las que el equipo puede terminar la temporada con 2 empates es:
- a) 124 c) 720
b) 66 d) 5040
94. El número de maneras posibles en las que el equipo puede terminar la temporada con 3 derrotas es:
- a) 220 c) 720
b) 64 d) 3604
95. El número de maneras posibles en las que el equipo puede terminar la temporada con 7 victorias, 3 derrotas, y 2 empates es:
- a) 7920 c) 792
b) 720 d) 330
96. Siete viejos amigos se reúnen para celebrar el cumpleaños de uno de ellos. Al encontrarse los siete, cada uno le da la mano a otro. El número de apretones de mano que se dan en total es:
- a) 42 c) 7
b) 21 d) 14
97. Una caja contiene 6 balotas blancas y 4 negras. El número de formas diferentes en las que puedes extraer 3 balotas del mismo color es:
- a) 10 c) 210
b) 120 d) 24
98. El número de formas posibles para seleccionar 5 candidatos de un total de 10 recién graduados y con las mismas capacidades para ocupar vacantes en una firma contable es:
- a) 120 c) 252
b) 240 d) 184
99. El número de maneras posibles de extraer 2 balotas de una bolsa que contiene 4 amarillas y 3 rojas es:
- a) 36 c) 21
b) 12 d) 7
100. Al reunirse un grupo de personas se dan la mano para saludarse. Si en total se dieron 105 apretones de mano, el

número de personas que se saludaron
fue

- [illegible]

101. Considera dos conjuntos X y Y disjuntos con n y m elementos respectivamente. ¿De cuántas maneras distintas podemos formar subconjuntos de $X \cup Y$ con $r + s$ elementos si r de sus elementos deben provenir de X y s de Y ?
102. Determine el número de diagonales de un pentágono y un hexágono. Con base en estos casos establece una fórmula que determine el número de diagonales de un polígono de n lados.
103. Si sobre una circunferencia se marcan n puntos igualmente espaciados, esos puntos se pueden unir por segmentos de recta contiguos (sin levantar el lápiz). Si se unen los puntos consecutivos, se obtiene un polígono regular de n lados (eso no tiene gracia). Pero si unes puntos no contiguos (saltándose de a uno, o de a dos o de a tres, etc.), se obtienen polígonos estrellados algunas veces y otras veces no son estrellados. ¿Cuáles son los casos en que resultan polígonos estrellados? La estrella de 5 picos (tan famosa) es un ejemplo de ellos.
104. Suponga que la figura siguiente representa un mapa de parte de una ciudad

muy bien trazada, donde las líneas son calles. Una persona está en el punto A y desea desplazarse hasta el punto B , pero la condición es que solo puede escoger trayectorias por las calles a la derecha o hacia arriba. De acuerdo con esta condición, ¿cuántas trayectorias distintas existen para desplazarse desde el punto A hasta el punto B ?



Reemplace los valores adecuados en el binomio de Newton para demostrar que

- 105.

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n.$$

- 106.

$$\sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} = 0.$$

- 107.

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} (a-1)^k = a^n.$$