



1. Considere los vectores $\mathbf{a} = \langle 3, -5 \rangle$ y $\mathbf{b} = \langle -2, 3 \rangle$. Halle:

a) $2\mathbf{a} + 3\mathbf{b}$

c) $\|\mathbf{a} - \mathbf{b}\|$

e) $\|\mathbf{a}\| - \|\mathbf{b}\|$

b) $3\mathbf{a} - 2\mathbf{b}$

d) $\|\mathbf{a} + \mathbf{b}\|$

f) $\|\mathbf{a}\| + \|\mathbf{b}\|$

2. Halle los vectores $\mathbf{u} + \mathbf{v}$, $\mathbf{u} - 3\mathbf{v}$ y $2\mathbf{u} + \mathbf{v}$ si:

a) $\mathbf{u} = 4\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$, $\mathbf{v} = 7\mathbf{i} + \mathbf{j}$.

d) $\mathbf{u} = \langle 1, 1 \rangle$, $\mathbf{v} = \langle 2, -3 \rangle$.

b) $\mathbf{u} = 5\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$, $\mathbf{v} = -4\mathbf{i}$.

e) $\mathbf{u} = \langle 2, -1 \rangle$, $\mathbf{v} = \langle -1, 1 \rangle$.

c) $\mathbf{u} = -6\mathbf{i} + 8\mathbf{j}$, $\mathbf{v} = 2\mathbf{i} + 4\mathbf{j}$.

f) $\mathbf{u} = \langle -3, 4 \rangle$, $\mathbf{v} = \langle 2, 5 \rangle$.

3. Para cada uno de los siguientes casos halle la magnitud y el ángulo de dirección del vector $\mathbf{u}$.

a) $\mathbf{u} = 4\mathbf{i} - 4\mathbf{j}$.

d) $\mathbf{u} = 4\mathbf{i} + 5\mathbf{j}$.

b) $\mathbf{u} = -3\mathbf{i} + 7\mathbf{j}$.

e) $\mathbf{u} = 3 \cos 30^\circ + 3 \sin 30^\circ$.

c) $\mathbf{u} = -2\mathbf{i} + 5\mathbf{j}$.

f) $\mathbf{u} = 5 (\cos 210^\circ + \sin 210^\circ)$.

4. Expresé cada uno de los siguientes vectores en términos de $\mathbf{i}$ y $\mathbf{j}$.

a) $\langle 4, -1 \rangle$.

c) $2\langle 4, 3 \rangle - 3\langle -1, 2 \rangle$.

b) $\langle 3, 2 \rangle$.

d) $\|\langle \sqrt{2}, 4 \rangle\| \langle 2, 5 \rangle + 2\|\langle -1, 2 \rangle\| \langle 4, 1 \rangle$.

5. Para cada uno de los siguientes casos halle las componentes del vector $\mathbf{v}$, dado su magnitud y el ángulo que forma con el eje x .

a) $\|\mathbf{v}\| = 2$, $\theta = 0^\circ$.

d) $\|\mathbf{v}\| = 4\sqrt{3}$, $\theta = 270^\circ$.

b) $\|\mathbf{v}\| = 1$, $\theta = 30^\circ$.

e) $\|\mathbf{v}\| = 4$, $\theta = 60^\circ$.

c) $\|\mathbf{v}\| = 3\sqrt{2}$, $\theta = 210^\circ$.

f) $\|\mathbf{v}\| = 2$, $\theta = 150^\circ$.

6. Para cada uno de los siguientes casos $\mathbf{u}$ y $\mathbf{v}$ representan dos fuerzas que actúan sobre el mismo punto y θ es el menor ángulo que $\mathbf{u}$ y $\mathbf{v}$ forman. Halle la magnitud de la fuerza resultante.

- a) $\|\mathbf{u}\| = 30 \text{ lb}$, $\|\mathbf{v}\| = 2 \text{ lb}$, $\theta = 30^\circ$. c) $\|\mathbf{u}\| = 7 \text{ lb}$, $\|\mathbf{v}\| = 9 \text{ lb}$, $\theta = 300^\circ$.
 b) $\|\mathbf{u}\| = 4.5 \text{ lb}$, $\|\mathbf{v}\| = 3.2 \text{ lb}$, $\theta = 45^\circ$. d) $\|\mathbf{u}\| = 58 \text{ lb}$, $\|\mathbf{v}\| = 58 \text{ lb}$, $\theta = 180^\circ$.

7. Para cada uno de los siguientes vectores, halle un vector unitario que tenga la misma dirección:

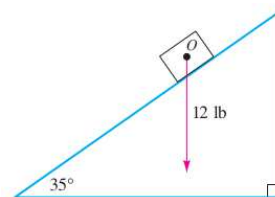
- a) $\langle 3, 4 \rangle$. c) $\langle 61, -1 \rangle$. e) $-2\mathbf{i} + \sqrt{3}\mathbf{j}$.
 b) $\langle -5, 12 \rangle$. d) $4\mathbf{i} - 5\mathbf{j}$. f) $\langle 6, -1 \rangle - 4\mathbf{i} - 5\mathbf{j}$.

8. Halle un vector $\mathbf{a}$ de magnitud 8, cuya componente en la dirección $\mathbf{i}$ sea el doble que la componente en la dirección $\mathbf{j}$.

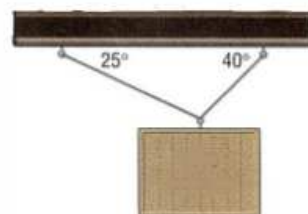
9. Si $\mathbf{w} = 3\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$ y $\mathbf{v} = x\mathbf{i} - \mathbf{j}$, halle todos los posibles valores de x para los cuales $\|\mathbf{v} + \mathbf{w}\| = 5$.

10. Dos fuerzas $\mathbf{f}_1$ y $\mathbf{f}_2$ de magnitudes 7 kg y 9 kg respectivamente, actúan sobre un punto P . La dirección de $\mathbf{f}_1$ es N20°E y la dirección de $\mathbf{f}_2$ es N70°E. Halle la magnitud y la dirección de la fuerza resultante que actúa sobre P .

11. Un bloque de 12 libras se encuentra sobre un plano inclinado como se ilustra en la figura. Determine las componentes del peso que son perpendicular y paralela al plano.



12. Una caja de 1000 libras cuelga de dos cables como se ilustra en la figura. Halle las tensiones de los cables.



13. Para cada uno de los siguientes casos, (a) halle el producto punto $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$, (b) halle el ángulo entre $\mathbf{u}$ y $\mathbf{v}$, (c) determine si $\mathbf{u}$ y $\mathbf{v}$ son paralelos, ortogonales o ninguna de las anteriores.

- a) $\mathbf{u} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j}$, $\mathbf{v} = 3\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$. d) $\mathbf{u} = \langle 1, 1 \rangle$, $\mathbf{v} = \langle 1, -1 \rangle$.
 b) $\mathbf{u} = -1\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$, $\mathbf{v} = -3\mathbf{i} + 6\mathbf{j}$.
 c) $\mathbf{u} = -\mathbf{i} + \sqrt{3}\mathbf{j}$, $\mathbf{v} = \mathbf{i} + \mathbf{j}$. e) $\mathbf{u} = \langle -4, 7 \rangle$, $\mathbf{v} = \langle 6, 1 \rangle$.

14. Considere los vectores $\mathbf{u} = \langle 1, -2 \rangle$, $\mathbf{v} = \langle -3, 4 \rangle$ y $\mathbf{w} = \langle 2, 1 \rangle$. Halle:

- $a) (\mathbf{u} + \mathbf{v}) \cdot \mathbf{w}$ $c) \mathbf{u} \cdot (\mathbf{v} - \mathbf{w})$ $e) (\mathbf{u} + \mathbf{v}) \cdot (\mathbf{u} + \mathbf{v})$
 $b) \mathbf{u} \cdot \mathbf{w} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{w}$ $d) \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} - \mathbf{u} \cdot \mathbf{w}$ $f) (\mathbf{u} - \mathbf{v}) \cdot (\mathbf{u} + \mathbf{v})$

- $g)$ La componente de $\mathbf{u}$ proyectada a lo largo de $\mathbf{v}$.
 $h)$ La componente de $\mathbf{v}$ proyectada a lo largo de $\mathbf{u}$.
 $i)$ La componente de $\mathbf{u} + \mathbf{w}$ proyectada a lo largo de $\mathbf{v}$.

15. Considere los vectores $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{j}$ y $\mathbf{b} = \mathbf{i} - \mathbf{j}$. Halle dos vectores $\mathbf{a}_1$ y $\mathbf{a}_2$ tales que

- $a)$ $\mathbf{a}_1$ es paralelo a $\mathbf{b}$,
 $b)$ $\mathbf{a}_2$ es ortogonal a $\mathbf{b}$ y
 $c)$ $\mathbf{a} = \mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2$

Observe que $\mathbf{a}_1$ y $\mathbf{a}_2$ son ortogonales. A $\mathbf{a} = \mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2$ se le denomina *descomposición de $\mathbf{a}$ en dos vectores ortogonales*.

16. Calcule el trabajo requerido para desplazar un vagón una distancia de 80 pies, si se aplica una fuerza de 60 libras en la dirección ilustrada en la figura.



17. Sean $\mathbf{u}$ y $\mathbf{v}$ vectores en el plano. Demuestre que

$$|\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}| \leq \|\mathbf{u}\| \|\mathbf{v}\| \quad (1)$$

y que la igualdad se da si y solo si $\mathbf{u}$ y $\mathbf{v}$ son paralelos. A la desigualdad (1) se le denomina *desigualdad de Cauchy-Bunyakovskii-Schwarz*.

18. Sean $\mathbf{u}$ y $\mathbf{v}$ vectores en el plano. Utilice la *desigualdad de Cauchy-Bunyakovskii-Schwarz* para demostrar que

$$\|\mathbf{u} + \mathbf{v}\| \leq \|\mathbf{u}\| + \|\mathbf{v}\| \quad (2)$$

A la desigualdad (2) se le denomina *desigualdad triangular*. De una interpretación geométrica de dicha desigualdad.

19. Sean $\mathbf{u}$ y $\mathbf{v}$ vectores en el plano. Demuestre que

$$\|\mathbf{u} + \mathbf{v}\|^2 + \|\mathbf{u} - \mathbf{v}\|^2 = 2(\|\mathbf{u}\|^2 + \|\mathbf{v}\|^2) \quad (3)$$

A la igualdad (3) se le denomina *identidad del paralelogramo*. De una interpretación geométrica de dicha igualdad.