



Esta obra es distribuida bajo una licencia [Creative Commons Atribución - No comercial 2.5 Colombia](#).

Ley de Senos. De acuerdo al triángulo ABC dado en la Figura 1, entonces

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c}.$$

Ley de Cosenos. Para el mismo triángulo de la Figura 1, tenemos que

$$\blacksquare a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$\blacksquare b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$$

$$\blacksquare c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

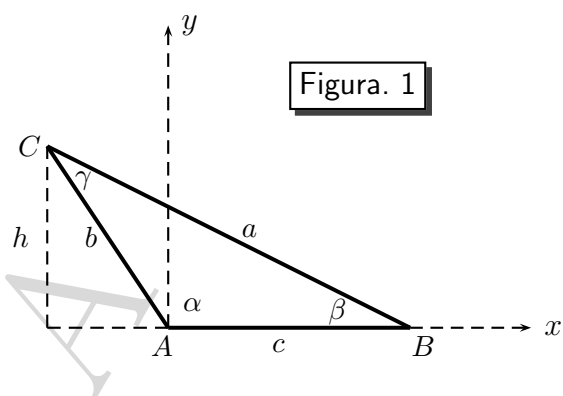


Figura. 1

Encontrar las componentes restantes para cada uno de los siguientes triángulos (si existe solución):

1. $a = 525\text{cm}$, $c = 421\text{cm}$, $\alpha = 130^\circ$

2. $a = 31.5\text{cm}$, $b = 51.8\text{cm}$, $\alpha = 34^\circ$

3. $c = 25\text{cm}$, $\alpha = 35^\circ$, $\beta = 68^\circ$

4. $a = 24.5\text{cm}$, $b = 18.6\text{cm}$, $c = 26.4\text{cm}$

9. Encontrar b y c :

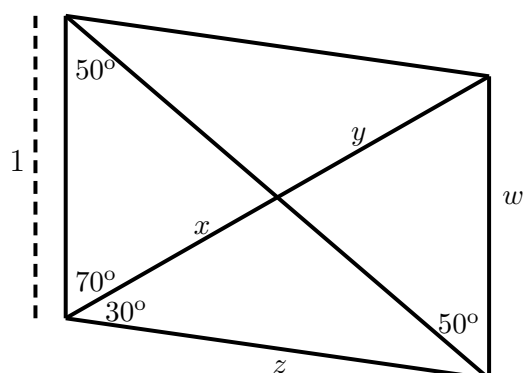
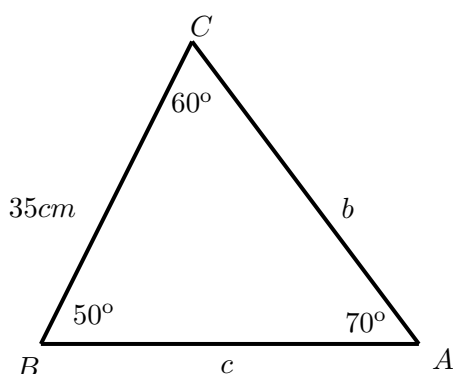
5. $b = 215\text{cm}$, $c = 150\text{cm}$, $\beta = 43^\circ$

6. $b = 30\text{cm}$, $c = 20\text{cm}$, $\beta = 140^\circ$

7. $\alpha = 48^\circ$, $\gamma = 57^\circ$, $b = 47\text{cm}$

8. $b = 20\text{cm}$, $c = 30\text{cm}$, $\beta = 140^\circ$

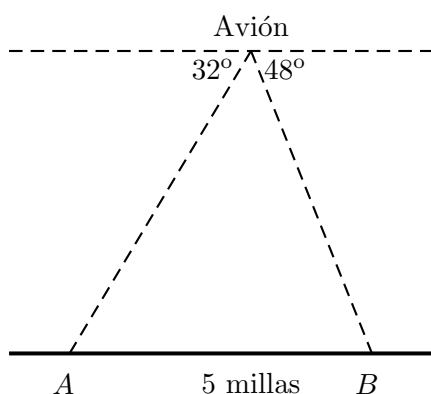
10. Encontrar x , y , z y w :



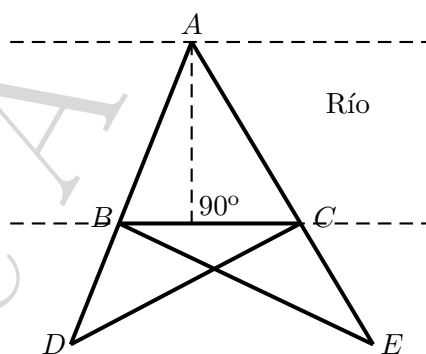
Resuelva los siguientes problemas:

11. Un piloto está volando sobre una carretera recta. Él encuentra que los ángulos de depresión a 2 postes indicadores de millas, los cuales están a 5 millas de distancia entre sí, tienen los valores de 32° y 48° , respectivamente (ver figura):

- Determine la distancia del avión al punto A .
- Determine la altitud del avión.



12. Para encontrar el ancho de un río, se localiza un punto A en uno de los lados y dos puntos B y C en el otro lado (ver figura). Un cuarto punto D , está sobre la línea que pasa por A y B y un quinto punto E , está sobre la línea que pasa por A y C . Calcular el ancho del río si: $BC = 506$ cm, $BD = 453$ cm, $BE = 809$ cm, $CD = 753$ cm, $CE = 393$ cm.



Forma trigonométrica (o polar) de los números complejos.

Si $z = a + bi$ es un número complejo, entonces su valor absoluto, está dado por $|a+bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$. Además, si θ es un argumento de z (amplitud), $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ es la representación polar de z . Observe que, si $z_1 = r_1(\cos \theta_1 + i \sin \theta_1)$ y $z_2 = r_2(\cos \theta_2 + i \sin \theta_2)$ son las formas polares de dos números complejos z_1, z_2 , entonces (para $z_2 \neq 0$ en el caso del cociente):

$$\blacksquare z_1 z_2 = r_1 r_2 [\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2)] \quad \blacksquare \frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} [\cos(\theta_1 - \theta_2) + i \sin(\theta_1 - \theta_2)].$$

Localice los números dados en el plano complejo y calcule su valor absoluto:

- | | | |
|---------------------|-----------------------------------|--------------------------------------|
| 13. $6i$ | 15. $-2 - 3i$ | 17. $2(\cos \pi/4 + i \sin \pi/4)$ |
| 14. $\sqrt{2} + 3i$ | 16. $-\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$ | 18. $3(\cos 7\pi/6 + i \sin 7\pi/6)$ |

Expresar cada uno de los siguientes números en la forma polar.

19. $2 - 2i$

20. $4i$

21. $2\sqrt{3} + 2i$

22. $-4\sqrt{3} + 4i$

Sean $x = 2(\cos 140^\circ + i \sin 140^\circ)$ y $w = \frac{1}{2}(\cos 55^\circ + i \sin 55^\circ)$. Calcule cada producto o cociente indicado, dando la respuesta en forma polar:

23. x/w

24. $1/w$

25. xw

26. xw^2

Teorema de Moivre.

Para cualquier entero n y z un número complejo,

$$z^n = [r(\cos \theta) + i \sin \theta]^n = r^n [\cos(n\theta) + i \sin(n\theta)].$$

Además, si $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ es un número complejo distinto de cero y n es un entero positivo, entonces z tienen exactamente n ceros (raíces) distintas dadas por

$$c_k = \sqrt[n]{r} \left[\cos \left(\frac{\theta + 2\pi k}{n} \right) + i \sin \left(\frac{\theta + 2\pi k}{n} \right) \right], \quad \text{para } k = 0, \dots, n-1 \text{ y } \theta \text{ en radianes.}$$

Use el Teorema de Moivre para cambiar el número complejo dado a la forma estándar $a + bi$:

27. $(1 + i)^8$

28. $(\sqrt{3} + i)^7$

29. $(2 - 2\sqrt{3}i)^4$

30. $\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i \right)^{20}$

Encuentre las raíces n -ésimas de w , para w y n dados:

31. $w = -4 - 4\sqrt{3}i$, para $n = 2$

33. $w = -27i$, para $n = 3$

32. $w = -16$, para $n = 4$

34. $w = -1 - \sqrt{3}i$, para $n = 4$

Halle las soluciones para cada ecuación dada a continuación:

31. $x^3 + 8i = 0$

32. $x^5 - 243 = 0$

33. $x^3 - 64i = 0$

34. $x^5 - 32 = 0$