



1. Simplifique la expresión

$$a) \frac{\sin^3 \theta + \cos^3 \theta}{\sin \theta + \cos \theta} \quad b) \frac{9 - \tan^2 \theta}{\tan^2 \theta - 5 \tan \theta + 6} \quad c) \frac{2 - \tan \theta}{2 \csc \theta - \sec \theta}$$

2. Verifique la identidad al transformar el lado izquierdo en el lado derecho

$$\begin{array}{ll} a) \frac{\csc \theta}{\sec \theta} = \cot \theta & f) \sec \theta - \cos \theta = \tan \theta \sin \theta \\ b) (1 + \cos 2\theta)(1 - \cos 2\theta) = \sin^2 2\theta & g) \frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta} = 1 + \cot \theta \\ c) \cos^2 \theta (\sec^2 \theta - 1) = \sin^2 \theta & h) (\cot \theta + \csc \theta)(\tan \theta - \sin \theta) = \sec \theta - \cos \theta \\ d) \frac{\sin(\theta/2)}{\csc(\theta/2)} + \frac{\cos(\theta/2)}{\sec(\theta/2)} = 1 & i) \sec^2 3\theta \csc^2 3\theta = \sec^2 3\theta + \csc^2 3\theta \\ e) (1 + \sin \theta)(1 - \sin \theta) = \frac{1}{\sec^2 \theta} & j) \log(\csc \theta) = -\log(\sin \theta) \end{array}$$

3. Demuestre las siguientes identidades

$$\begin{array}{ll} a) \frac{\sec^2 2u - 1}{\sec^2 2u} = \sin^2 2u & k) \frac{\cot(-t) + \tan(-t)}{\cot t} = -\sec^2 t \\ b) \frac{\csc^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta} = \cot^2 \theta & l) \ln |\sec \theta + \tan \theta| = -\ln |\sec \theta - \tan \theta| \\ c) \frac{1 + \cos 3t}{\sin 3t} + \frac{\sin 3t}{1 + \cos 3t} = 2 \csc 3t & m) \sec^2 \alpha \csc^2 \alpha = \sec^2 \alpha + \csc^2 \alpha \\ d) \frac{1}{1 - \cos \gamma} + \frac{1}{1 + \cos \gamma} = 2 \csc^2 \gamma & n) 2 \csc \theta = \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} + \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} \\ e) \csc^4 t - \cot^4 t = \csc^2 t + \cot^2 t & \tilde{n}) \sec^2 \alpha \csc^2 \alpha = \sec^2 \alpha + \csc^2 \alpha \\ f) \frac{\cot 4u - 1}{\cot 4u + 1} = \frac{1 - \tan 4u}{1 + \tan 4u} & o) \frac{\sec A - \csc A}{\sec A + \csc A} = \frac{\tan A - 1}{\tan A + 1} \\ g) \sin^4 r - \cos^4 r = \sin^2 r - \cos^2 r & p) \tan x \csc x = \sec x \\ h) (\sec t + \tan t)^2 = \frac{1 + \sin t}{1 - \sin t} & q) \left(\cos \frac{u}{2} + \sin \frac{u}{2} \right)^2 = 1 + \sin u \\ i) \frac{\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta} = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} & r) \frac{\tan x - \sin x}{\sin^3 x} = \frac{\sec x}{1 + \cos x} \\ j) (1 - \tan^2 \phi)^2 = \sec^4 \phi - 4 \tan^2 \phi & s) \frac{\cot x - 1}{\cot x + 1} = \frac{1 - \sin 2x}{\cos 2x} \\ & t) \frac{\cos x}{\sec 3x} + \frac{\sin x}{\csc 3x} = \cos 2x \end{array}$$

4. Demuestre que las siguientes ecuaciones no son identidades

$$\begin{array}{ll} a) \cos t = \sqrt{1 - \sin^2 t} & c) (\sin t + \cos t)^2 = \sin^2 t + \cos^2 t \\ b) \sqrt{\sin^2 t + \cos^2 t} = \sin t + \cos t & d) \cos(\sec t) = 1 \end{array}$$

5. Hallar todas las soluciones de la ecuación

$$\begin{array}{lll} a) \sin x = \frac{1}{2} & d) \sin(2x - \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2} & h) \log(\cos x) = 0 \\ b) \cos \theta = \frac{1}{\sec \theta} & e) \tan^2 x = 1 & i) (2 \sin \theta + 1) \times \\ c) \sqrt{3} \tan \frac{1}{3}t = 1 & f) \cos x + 1 = 2 \sin^2 x & (2 \cos \theta + 3) = 0 \\ & g) \cos(\ln x) = 0 & \end{array}$$

6. Hallar las soluciones de la ecuación que estén en el intervalo $[0, 2\pi)$

$$\begin{array}{ll} a) \cos(2x - \frac{\pi}{4}) = 0 & e) 2 \cos^2 \gamma + \cos \gamma = 0 \\ b) 2 - 8 \cos^2 t = 0 & f) 2 \tan u - \sec^2 u = 0 \\ c) 2 \cos^2 t + 3 \cos t = -1 & g) 2 \sin^3 x + \sin^2 x - 2 \sin x - 1 = 0 \\ d) \tan^2 x \sin x = \sin x & h) 2 \tan u \csc u + 2 \csc u + \tan u + 1 = 0 \end{array}$$

7. Usando fórmulas de suma a producto resuelva la ecuación $\sin 5x + \sin x = 0$.

8. Encuentre los valores exactos de

$$a) \cos \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{6} \quad b) \cos \frac{5\pi}{12} \quad c) \tan 60^\circ + \tan 225^\circ$$

9. Exprese como una función trigonométrica de un ángulo

$$a) \cos 70^\circ \cos 53^\circ + \sin 70^\circ \sin 53^\circ \quad b) \cos 3 \sin(-2) - \cos 2 \sin 3$$

10. Utilice las condiciones dadas para encontrar el valor exacto de la expresión

$$a) \sec x = 3, \csc x < 0, \cos(x - \frac{\pi}{4}) \quad b) \cot x = \sqrt{3}, \cos x < 0, \tan(x + \frac{\pi}{6})$$

11. Si α y β son ángulos agudos tales que $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ y $\tan \beta = \frac{8}{15}$, encuentre

$$a) \sin(\alpha + \beta) \quad b) \cos(\alpha + \beta) \quad c) \text{El cuadrante que contiene a } \alpha + \beta$$

12. Si $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$ y $\sec \beta = \frac{5}{3}$, con α en el tercer cuadrante y β en el primer cuadrante, encuentre:

- a) $\sin(\alpha + \beta)$ b) $\tan(\alpha + \beta)$ c) El cuadrante que contiene a $\alpha + \beta$

13. Use una fórmula de suma o resta para hallar las soluciones de la ecuación que estén en el intervalo $[0, \pi)$

- a) $\cos 5t \cos 2t = -\sin 5t \sin 2t$ b) $\tan 2t + \tan t = 1 - \tan 2t \tan t$

14. Encuentre el valor exacto de la expresión siempre que esté definido

- | | | |
|---|--|---|
| a) $\sin^{-1} \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right)$ | f) $\arctan \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)$ | k) $\tan^{-1} \left[\tan \left(-\frac{\pi}{6} \right) \right]$ |
| b) $\cos^{-1} \left(-\frac{1}{2} \right)$ | g) $\sin \left[\arcsin \left(-\frac{3}{10} \right) \right]$ | l) $\sin \left[\cos^{-1} \left(-\frac{1}{2} \right) \right]$ |
| c) $\tan^{-1}(-\sqrt{3})$ | h) $\cos \left[\arccos \left(\frac{1}{2} \right) \right]$ | m) $\cos [\tan^{-1}(1)]$ |
| d) $\arcsin \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$ | i) $\sin^{-1} \left[\sin \left(\frac{\pi}{3} \right) \right]$ | n) $\tan [\sin^{-1}(-1)]$ |
| e) $\arccos \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)$ | j) $\cos^{-1} \left[\cos \left(\frac{5\pi}{6} \right) \right]$ | ñ) $\sin \left[\sin^{-1} \left(\frac{1}{2} \right) + \cos^{-1} 0 \right]$ |
| | | o) $\cos \left[\tan^{-1} \left(-\frac{3}{4} \right) - \sin^{-1} \left(\frac{4}{5} \right) \right]$ |
| | | p) $\tan \left[\tan^{-1} \left(\frac{4}{3} \right) + \cos^{-1} \left(\frac{8}{17} \right) \right]$ |

15. Resuelva las ecuaciones trigonométricas en los dominios indicados:

- | | |
|--|--|
| a) $\cos x - 1 = 0$ | j) $\sin^2 t = \frac{1}{2}, \quad t \in [0, 2\pi]$ |
| b) $2 \tan^2 x - \tan x = 0, \quad x \in [0, 2\pi]$ | k) $\sin \frac{x}{2} + \cos x = 1$ |
| c) $\sin^2 x + 4 \sin x + 3 = 0$ | l) $\cot \alpha + \tan \alpha = \csc \alpha \sec \alpha, \quad \alpha \in [0, 2\pi)$ |
| d) $\sin(ax+b), \quad x \in [0, 2\pi] \quad \text{y} \quad a \neq 0$ | m) $\cos 2x + \cos 3x = 0, \quad \alpha \in [0, 2\pi)$ |
| e) $3 \cos^2 x = \sin^2 x$ | n) $\tan x + 3 \cot x = 4, \quad \alpha \in [0, 2\pi)$ |
| f) $\sin x \cos x = \frac{1}{2}, \quad x \in [0, 2\pi]$ | ñ) $\sin^{-1} x + 2 \cos^{-1} x = \frac{5\pi}{6}$ |
| g) $\cos \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad x \in [0, 2\pi]$ | o) $\tan^{-1} 2x + 2 \tan^{-1} x = \frac{\pi}{4}$ |
| h) $(\tan x - 1)(2 \sin x + 1) = 0, \quad x \in [0, 2\pi]$ | |
| i) $\sin 3x + \sin x = 0, \quad x \in [0, 2\pi]$ | |