

Esta obra es distribuida bajo una licencia [Creative Commons Atribución - No comercial 2.5 Colombia](#).

1. Use el teorema del valor intermedio para demostrar que f tiene un cero entre a y b .

$$a) \quad f(x) = 2x^3 + 6x^2 - 3; \quad a = -3, \quad b = -2$$

$$b) \ f(x) = 2x^4 + 3x - 2; \quad a = 0, \quad b = 1$$

c) $f(x) = x^5 - 3x^4 - 9x - 6$; $a = 3$, $b = 4$

d) $f(x) = 8x^5 - 12x^4 + 14x^3 - 13x^2 + 6x - 1$; $a = -1$, $b = 1$

2. Encuentre todos los valores de x tales que $f(x) > 0$ y los valores de x que cumplen que $f(x) < 0$. Trace la gráfica de f :

$$a) \quad f(x) = -\frac{1}{9}x^3 - 3$$

c) $f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$

$$b) \quad f(x) = x^5 + 1$$

d) $f(x) = x^3(x+1)^2(x-2)(x-4)$

3. Encuentre el cociente y el residuo si $f(x)$ se divide entre $g(x)$:

a) $f(x) = 3x^4 + 2x^3 - x^2 - x - 6$; $g(x) = x^2 + 1$

b) $f(x) = 3x^3 - 5x^2 - 4x - 8$; $g(x) = 2x^2 + x$

c) $f(x) = 7x^2 + 3x - 10$; $g(x) = x^2 - x + 10$

4. Encuentre, utilizando la *división sintética*, el cociente y el residuo al dividir

a) $f(x) = 3x^2 - 2x - 4$; por $g(x) = x - 3$

b) $f(x) = x^4 - 16$; por $g(x) = x - 2$

c) $f(x) = 4x^4 + 2x^3 - 6x^2 - 5x - 1$; por $g(x) = x + \frac{1}{2}$

5. Utiliza la división sintética y el teorema del residuo en cada uno de los siguientes problemas

a) Encuentra $h(3)$ si $h(x) = x^5 - 4x^4 + 9x^2 - 8$;

b) Encuentra $h(0)$ si $h(x) = x^2 - 1$;

c) Encuentra $h(-\frac{1}{5})$ si $h(x) = 4x^3 - 8x^2 - 3x + 3$;

6. Utilice el teorema del factor para probar que:

- a) $x - 6$ es un factor de $x^3 - 6x^2 + x - 6$;
- b) $x - 3$ es un factor de $8x^3 - 25x^2 + 12x - 27$;
- c) $x + y$ es un factor de $x^n + y^n$ para todo entero positivo impar n

7. Utiliza el teorema del factor y encuentra el valor de k tal que $x + 1$ sea un factor de $p(x) = 2x^3 + (2 - k)x^2 - (k - 2)$

8. Encuentra las ecuaciones polinómicas de grado mínimo que tiene como raíces

- a) $3, -2$
- b) $\frac{1}{2}, -1, 2$
- c) $\sqrt{3}, 1, i$ con coeficientes reales.
- d) $4 + 3i, -2 + i$ con coeficientes reales.
- e) $0, 3i, 4 + i$ con coeficientes reales.

9. Demuestre que la ecuación no tiene raíz racional.

- a) $x^3 + 3x^2 - 4x + 6 = 0$
- b) $2x^5 + 3x^3 + 7 = 0$

10. ¿Cómo se puede saber que $t(x) = 2x^3 - 3x^2 + x - 5 = 0$, tiene al menos una raíz real entre 1 y 2?

11. Si $\sqrt{5}$ es una raíz de $x^3 + x^2 - 5x - 5 = 0$, encuentra las otras dos.

12. $2 - i$ es una raíz de $x^2 + 2ix - 5 = 0$. Muestre que $2 + i$ no es raíz de esta ecuación. ¿Contradice esto algún resultado?

13. Encuentra a y b tales que -1 sea una raíz doble de $P(x) = x^4 + ax^3 + (a - b)x^2 + bx + 1 = 0$

14. Suponga que $\frac{1}{2}$ y $-\frac{1}{2}$ son raíces de $4x^4 + Ax^3 + Bx^2 + 5x - 4 = 0$; encuentre las otras dos.

15. Resuelve para x las siguientes ecuaciones, indicando la multiplicidad de cada raíz

- a) $\frac{2}{3}x^4 + \frac{1}{2}x^3 - \frac{5}{4}x^2 - x - \frac{1}{6} = 0$
- b) $4x^3 - 3x + 1 = 0$
- c) $3x^3 + x^2 - 12x - 4 = 0$
- d) $6x^4 - 23x^3 + 72x^2 + 21x - 26 = 0$

16. Factoriza sobre $\mathbb{C}$ el polinomio $P(x) = x^5 - 2x^4 + 5x^3 - 10x^2 - 36x + 72$, Sabiendo que 2 es una raíz doble y -2 una raíz simple de $P(x) = 0$